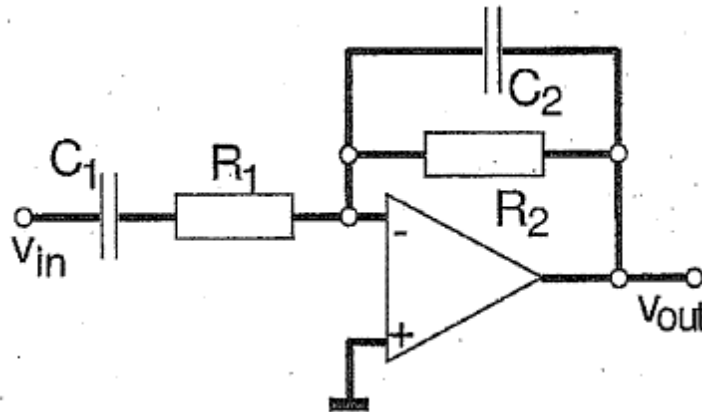


FREKVENCIJSKE KARAKTERISTIKE POJAČAVAČA

1. Za kolo na slici izračunati i nacrtati frekvencijske karakteristike funkcije prenosa $A_v(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$

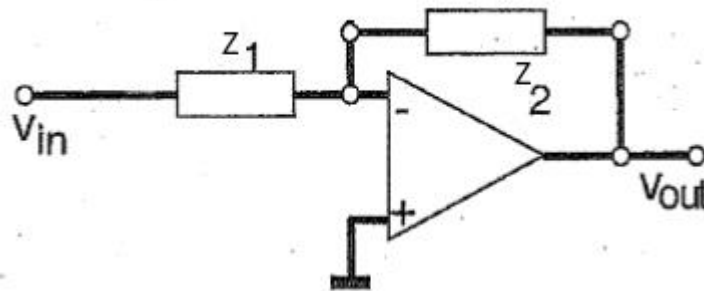
Poznato je $R_1 = 20k\Omega$, $R_2 = 200k\Omega$, $C_1 = 0.39\mu F$, $C_2 = 39pF$. Operacioni pojačavač je idealan.



Rješenje:

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}$$



$$\frac{V_{in}}{Z_1} = \frac{-V_{out}}{Z_2} \rightarrow V_{out} = -\frac{Z_2}{Z_1} V_{in}$$

$$v_{out} = -\frac{R_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} \cdot v_{in} \rightarrow \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = -\frac{j\omega R_2 C_1}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)}$$

$$A_v(j\omega) = -\frac{j\omega R_2 C_1}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)}$$

1. Amplitudno- frekvencijska karakteristika je sada:

$$|A_v(j\omega)| = \left| -\frac{j\omega R_2 C_1}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)} \right| = \frac{\omega R_2 C_1}{\sqrt{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} \cdot \sqrt{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}}$$

Ili u decibelima (dB)

$$\begin{aligned} |A_v(j\omega)|_{dB} &= 20 \log |A_v(j\omega)| = 20 \log \left(\frac{\omega R_2 C_1}{\sqrt{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} \cdot \sqrt{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}} \right) \\ &= 20 \log(\omega R_2 C_1) - 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} - 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2} = 20 \log \left(\frac{\omega R_2 C_1}{\sqrt{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} \cdot \sqrt{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}} \right) \end{aligned}$$

2. Fazno-frekvencijska karakteristika je:

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg(\omega R_1 C_1) - \arctg(\omega R_2 C_2)$$

Sada provjeravamo vrijednosti $\frac{1}{R_2 C_1} = 12,8 \text{ rad/s}$; $\frac{1}{R_1 C_1} = 128,2 \text{ rad/s}$; $\frac{1}{R_2 C_2} = 128205,1 \text{ rad/s}$

iz prenosne karakteristike na osnovu ovih vrijednosti kreiramo opsege.

Razlikujemo tri opsega učestanosti oscilovanja:

1. Prvi opseg je za $\omega \ll \frac{1}{R_1 C_1} \ll \frac{1}{R_2 C_2} \Rightarrow \omega R_1 C_1 \ll 1$ i $\omega R_2 C_2 \ll 1$

Za ovaj opseg učestanosti amplitudsko-frekvencijska karakteristika je $|A(j\omega)|_{dB} \approx 20 \log(\omega R_2 C_1)$.

Sada tražimo vrijednost ω za koju je $|A(j\omega)|$ jednaka 0 tj. tačku u kojoj funkcija siječe x osu:

$$|A(j\omega)|_{dB} = 0 \Rightarrow \omega R_2 C_1 = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{R_2 C_1} = 12,8 \text{ rad/s}$$

Za ovaj opseg vrijednosti ω fazno-frekvencijska karakteristika je približno $\varphi(\omega) \approx -\frac{\pi}{2}$ (drugi i treći član približno jednaki nuli).

2. Drugi opseg je za $\frac{1}{R_2 C_1} < \frac{1}{R_1 C_1} \ll \omega \ll \frac{1}{R_2 C_2}$ tj. $\omega R_1 C_1 \gg 1$; $\omega R_2 C_2 \ll 1$; $\omega R_2 C_1 \gg 1$;

Za ovaj opseg učestanosti amplitudsko-frekvencijska karakteristika je:

$$|A(j\omega)|_{dB} \approx 20 \log(\omega R_2 C_1) - 20 \log(\omega R_1 C_1) = 20 \log \frac{\omega R_2 C_1}{\omega R_1 C_1} = 20 \log \frac{R_2}{R_1} = 20 \text{ dB}$$

dok je fazno-frekvencijska karakteristika:

$$\varphi(\omega) \approx -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\pi$$

3. Treći opseg je $\omega R_1 C_1 \gg 1$, $\omega R_2 C_2 \gg 1$ i $\omega R_2 C_1 \gg 1$ tj. $\frac{1}{R_2 C_1} < \frac{1}{R_1 C_1} < \frac{1}{R_2 C_2} \ll \omega$

Za ovaj opseg učestanosti amplitudsko-frekvencijska karakteristika je:

$$\begin{aligned} |A(j\omega)|_{dB} &\approx 20 \log(\omega R_2 C_1) - 20 \log(\omega R_1 C_1) - 20 \log(\omega R_2 C_2) = \\ &= 20 \log \frac{\omega R_2 C_1}{\omega R_1 C_1 \omega R_2 C_2} = 20 \log \frac{1}{\omega R_1 C_2} = -20 \log(\omega R_1 C_2). \end{aligned}$$

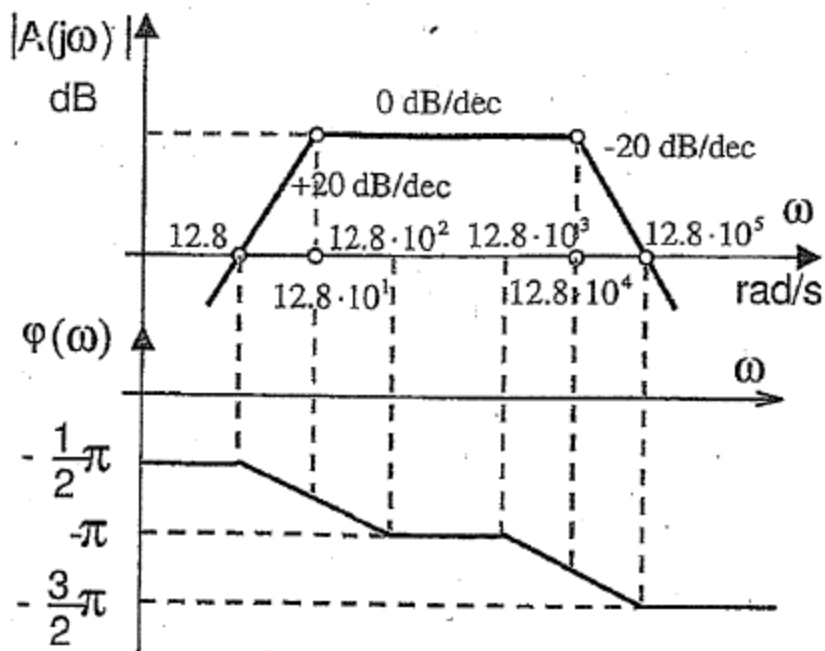
Sada tražimo vrijednost ω za koju je $|A(j\omega)|$ jednaka 0 tj. tačku u kojoj funkcija siječe x osu:

$$|A(j\omega)|_{dB} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\omega R_1 C_2} = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{R_1 C_2} = 12,8 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

Za ovaj opseg vrijednosti ω fazno-frekvencijska karakteristika je približno:

$$\varphi(\omega) \approx -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$$

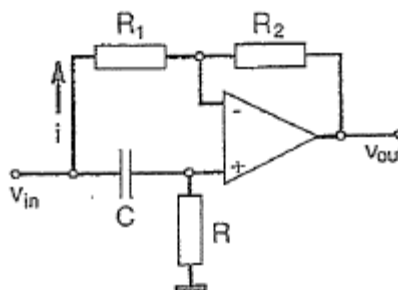
Amplitudsko-frekvencijska i fazno-frekvencijska karakteristika date su na slici:



2. Za kolo na slici izračunati i nacrtati frekvencijske karakteristike funkcije prenosa $A_v(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$

i to za slučaj kada je:

- a) $R_1 = 0.1R_2$
- b) $R_1 = R_2$



Rješenje:

$$\frac{V_{in} - V^+}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{V^+}{R} \rightarrow v^+ = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} v_{in} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} v_{in}$$

Takođe važi i da je $v^+ = v^-$ pa slijedi da je:

$$i = \frac{v_{in} - v^+}{R_1} = \frac{v_{in} - \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} v_{in}}{R_1} = \frac{1 + j\omega RC - j\omega RC}{1 + j\omega RC} v_{in} = \frac{1}{R_1(1 + j\omega RC)} v_{in}$$

Izlazni napon je sada:

$$v_{out} = v^+ - R_2 i = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} v_{in} - R_2 \frac{1}{R_1(1 + j\omega RC)} v_{in} = \frac{j\omega RR_1 C - R_2}{R_1(1 + j\omega RC)} v_{in} = \frac{R_2 \left(j\omega R \frac{R_1}{R_2} C - 1 \right)}{R_1(1 + j\omega RC)} v_{in}$$

a izvlačenjem minusa ispred dobijamo:
$$v_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 - j\omega R \frac{R_1}{R_2} C}{1 + j\omega RC} v_{in}$$

Prenosna karakteristika je sada:
$$A(j\omega) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 - j\omega R \frac{R_1}{R_2} C}{1 + j\omega RC}$$

Amplitudsko-frekvencijska karakteristika je sada
$$|A(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} C^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$
, a u decibelima:

$$|A(j\omega)|_{dB} = 20 \log |A(j\omega)| = 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 R^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} C^2} - 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Fazno-frekvencijska karakteristika je:
$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= -\pi + \arctg\left(-\omega R \frac{R_1}{R_2} C\right) - \arctg(\omega RC) = \\ &= -\pi - \arctg\left(\omega R \frac{R_1}{R_2} C\right) - \arctg(\omega RC) \end{aligned}$$

a) Za $R_1 = 0.1R_2$

Sada provjeravamo sljedeće vrijednosti
$$\frac{1}{R \frac{R_1}{R_2} C} = \frac{R_2}{R R_1 C} = \frac{10}{RC} = 10 \cdot 10^3 = 10^4 \text{ rad/s} \quad ; \quad \frac{1}{RC} = 10^3 \text{ rad/s}$$

iz prenosne karakteristike na osnovu ovih vrijednosti kreiramo opsege.

Razlikujemo tri opsega učestanosti oscilovanja:

1. Prvi opseg je
$$\omega \ll \frac{1}{RC} \ll \frac{1}{R \frac{R_1}{R_2} C} \Rightarrow \omega RC \ll 1 \text{ i } \omega R \frac{R_1}{R_2} C \ll 1$$

Za ovaj opseg učestanosti amplitudsko-frekvencijska karakteristika je $|A(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{R_2}{R_1} = 20 \text{ dB}$
Fazno-frekvencijska karakteristika je približno $\varphi(\omega) \approx -\pi$

2. Drugi opseg je za
$$\frac{1}{RC} \ll \omega \ll \frac{1}{R \frac{R_1}{R_2} C} \Rightarrow \omega RC \gg 1 \text{ i } \omega R \frac{R_1}{R_2} C \ll 1$$

Za ovaj opseg učestanosti amplitudsko-frekvencijska karakteristika je $|A(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{R_2}{R_1} - 20 \log(\omega RC)$

$$|A(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{R_2}{R_1 \omega RC} = 20 \log \frac{10^4}{\omega}, \text{ a } |A(j\omega)|_{dB} = 0 \text{ za } 20 \log \frac{10^4}{\omega} = 0 \rightarrow \omega = 10^4 \text{ rad/s}$$

Fazno-frekvencijska karakteristika za ovaj opseg je približno $\varphi(\omega) \approx -\pi - \pi/2 = -\frac{3\pi}{2}$.

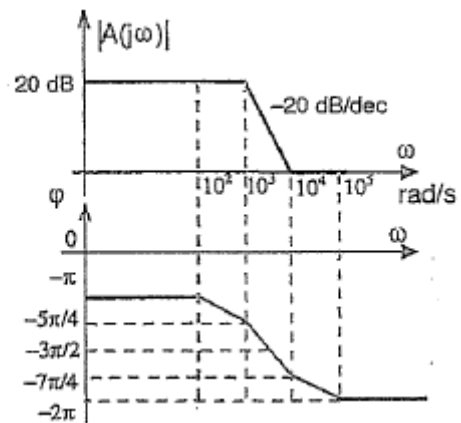
3. Treći opseg je za $\omega \gg \frac{R_2}{R_1 C} \Rightarrow \omega R \frac{R_1}{R_2} C \gg 1$ i $\omega RC \gg 1$

Sada je amplitudsko-frekvencijska karakteristika $|A(j\omega)|_{dB} \approx 20 \log \frac{R_2}{R_1} + 20 \log \left(\omega R \frac{R_1}{R_2} C \right) - 20 \log(\omega RC)$

tj. $|A(j\omega)|_{dB} \approx 20 \log \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega R \frac{R_1}{R_2} C}{\omega RC} = 0$, a fazno-frekvencijska karakteristika je približno:

$$\varphi(\omega) \approx -\pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -2\pi$$

Amplitudsko-frekvencijska i fazno-frekvencijska karakteristika date su na slici:



b) za $R_1 = R_2$ amplitudsko-frekvencijska karakteristika je

$$|A(j\omega)|_{dB} = 20 \log 1 + 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2} - 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2} = 0$$

dok je fazno-frekvencijska karakteristika $\varphi(\omega) = -\pi - \arctg(\omega RC) - \arctg(\omega RC) = -\pi - 2 \arctg(\omega RC)$

Amplitudsko-frekvencijska i fazno-frekvencijska karakteristika date su na slici:

